

神経方程式の進行波解の構造に関する研究

Study on a structure of traveling wave solutions of the nerve equation

服部 純典
Yoshinori HATTORI

半線形放物型偏微分方程式の進行波解についての存在についての本研究は、その必要条件を求めることを目標とした。ここで扱った方程式は、いわゆる反応拡散方程式と呼ばれるものの1つで、双安定系の挙動を表しており、生物学をはじめとするモデル方程式として多く登場する。ここでは、特に研究対象として神経細胞の電気信号伝達を記述したものをもとに、その特徴を抽出し、簡単化したものを扱う。この方程式の特性としては、初期値の大きさによって、解の挙動がかわる「閾値現象」が見られることである。即ち、初期値が小さいときには解が定数解（零解）に減衰していくが、ある値より大きいときは進行波解と呼ばれる解となってゆく。これは大変興味深いことであるが、数学的に厳密な解析は非常に困難で、今まで多数の研究者による成果もパラメータの特殊な極限状態付近での場合に限られてきた。つまりパラメータの極限状態からの漸近解析で行われたものである。そこで、私はパラメータに正值であるという仮定以外には何も仮定をおかずに、進行波解の存在するための条件を導くことを目標とした。前の論文で、私は進行波解の中で基本的な進行フロント解の正の速度をもったものの存在するための必要条件と、パラメータと速度との関係を求めた。そこで、今回はその結果を改良することを試みた。具体的には、新しく変数を導入することで、条件を取り込むことができ、証明を簡潔で、明瞭なものにした。その結果として、速度が正のときのみならず、負の場合も含めて統一的に議論できるようになった。そして、前の定理を速度が負の場合も含めて、拡張することができた。この結果は、ほぼ十分条件に近いものであり、画期的なものである。今後は、もう少しつめることで十分性を得ることができよう。さらには、他の進行波解にもこの方法を応用することで、その全体像を得ることをも照準に入ってきている。